

5.4 Gleichungen durch Äquivalenzumformungen lösen

→ Lösen von Gleichungen der Form $a \cdot x = c$ bzw. $x + b = c$ durch Äquivalenzumformungen; dabei $G = \mathbb{Q}$

- ① Selbstverständlich könnte man bei den folgenden Gleichungen die Lösungsmenge auch ganz leicht erraten. Aber hier geht es vor allem darum, dass du das äquivalente („gleichwertige“) Umformen von Gleichungen einübst und dich an das formal korrekte Aufschreiben dieser Umformungen gewöhnst. Nur so kannst du später auch etwas kompliziertere Gleichungen lösen.

Bestimme die Lösungsmenge durch Äquivalenzumformungen.

Für alle Aufgaben gilt: $G = \mathbb{Q}$.

a) $x + 2,5 = 7 \quad | - 2,5$

$\Leftrightarrow x = 4,5$

$L = \{4,5\}$

b) $x - 4,5 = 3 \quad | + 4,5$

$\Leftrightarrow x = 7,5$

$L = \{7,5\}$

c) $x \cdot 3 = 18 \quad | : 3$

$\Leftrightarrow x = 6$

$L = \{6\}$

d) $x + \frac{2}{3} = 3 \quad | - \frac{2}{3}$

$\Leftrightarrow x = 2\frac{1}{3}$

$L = \{2\frac{1}{3}\}$

e) $x : (-5) = 1,1 \quad | \cdot (-5)$

$\Leftrightarrow x = -5,5$

$L = \{-5,5\}$

f) $x + 4,4 = 6,6 \quad | - 4,4$

$\Leftrightarrow x = 2,2$

$L = \{2,2\}$

Eine Anmerkung, die vielleicht auch schon früher hätte gemacht werden sollen:

Schreibe eine ordentliche, saubere geschweifte Klammer mit einer „spitzen Nase“ in der Mitte:

(So sollte das aussehen.)

Also bitte keine Dreifachschnubbel ...

~~So bitte nicht!~~

g) $x \cdot 1,5 = -4,5 \quad | : 1,5$

$\Leftrightarrow x = -3$

$L = \{-3\}$

h) $-1\frac{1}{2} = x - 5 \quad | + 5$

$\Leftrightarrow 3\frac{1}{2} = x$

$L = \{3\frac{1}{2}\}$

i) $x : (-4) = -2,5 \quad | \cdot (-4)$

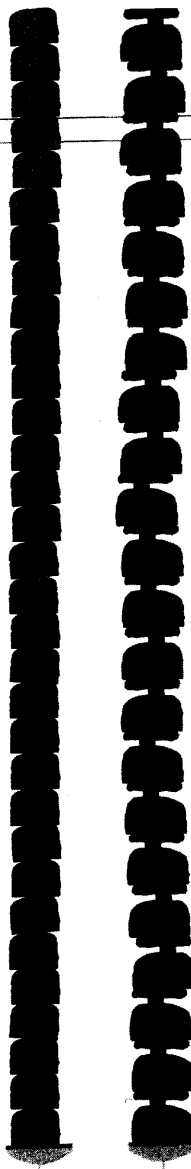
$\Leftrightarrow x = 10$

$L = \{10\}$

j) $x - 22 = 1,2 \quad | + 22$

$\Leftrightarrow x = 23,2$

$L = \{23,2\}$



(Vgl. S. 116/ e)

RECHNEN: $5 \cdot 5 \cdot 5^3 \cdot -3 \cdot -2^2 \cdot e \cdot 3\frac{5}{7} \cdot 12 \cdot 10 \cdot 5^3 5$

2 Gib jeweils das Kommando an, mit dem die Gleichung äquivalent umgeformt wurde.

(Für alle Teilaufgaben gilt: $G = \mathbb{Q}$.)

a) $x + 2,2 = 4 \quad | -2,2$ b) $3,5 + x = 8 \quad | -3,5$ c) $y - 22 = -2 \quad | +22$
 $\Leftrightarrow x = 1,8$ $\Leftrightarrow x = 4,5$ $\Leftrightarrow y = 20$
 $L = \{1,8\}$ $L = \{4,5\}$ $L = \{20\}$

d) $5 \cdot x = 12 \quad | :5$ e) $y : 6 = -1,5 \quad | \cdot 6$ f) $z \cdot \frac{1}{2} = -2 \quad | : \frac{1}{2} \text{ (bzw. } | \cdot 2)$
 $\Leftrightarrow x = 2,4$ $\Leftrightarrow y = -9$ $\Leftrightarrow z = -4$
 $L = \{2,4\}$ $L = \{-9\}$ $L = \{-4\}$

g) $x \cdot 3 = 2 \quad | :3$ h) $32 \cdot x = 22 \quad | :32$
 $\Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$ $\Leftrightarrow x = 0,6875$
 $L = \{\frac{2}{3}\}$ $L = \{0,6875\}$

vgl. S. 116!

Falls dir das Rechnen mit Variablen noch Schwierigkeiten bereitet, denke daran: Die Variable x ist nichts anderes als eine typisch mathematische Schreibweise für einen Platzhalter – du könntest dir auch einfach ein Kästchen oder ein Blümchen etc. vorstellen.

Beispiel von oben: a) $\square + 2,2 = 4$ d) $5 \cdot \text{blümchen} = 12$
 \uparrow
1,8 \uparrow
2,4

3 Löse jeweils mit Hilfe einer Äquivalenzumformungen für $G = \mathbb{Z}$.

a) $x + 2,8 = 0,8 \quad | -2,8$ b) $4,5 + x = 4 \quad | -4,5$ c) $x \cdot (-0,5) = 3 \quad | \cdot (-2)$
 $\Leftrightarrow x = -2$ $\Leftrightarrow x = -0,5$ $\Leftrightarrow x = -6$
 $\Leftrightarrow \dots$ $\Leftrightarrow \dots \notin \mathbb{Z}!$ $\Leftrightarrow \dots$
 $L = \{-2\}$ $L = \emptyset$ $L = \{-6\}$

d) $\frac{3}{16}x = \frac{1}{8} \quad | \cdot \frac{3}{16}$ e) $x : 5 = \frac{3}{10} \quad | \cdot 5$ f) $x : (-0,2) = 0,5 \quad | \cdot (-0,2)$
 $\Leftrightarrow x = \frac{1}{8} \cdot \frac{16}{3}$ $\Leftrightarrow x = \frac{15}{10}$ $\Leftrightarrow x = -0,10$
 $\Leftrightarrow x = \frac{2}{3}$ $\Leftrightarrow x = 1,5$ $\Leftrightarrow \dots$
 $L = \emptyset$ $L = \emptyset$ $L = \emptyset$

LOSBEREICH: $\mathbb{Z} = \{ \dots; -2; -1; 0; 1; 2; \dots \}$ $\mathbb{Q} = \{ \dots; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{3}; \frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \dots \}$

4 Weil's manchmal immer noch so schwer ist: Schreibe drei Mal hintereinander das Wort Äquivalenzumformung und lies laut mit.

Äquivalenzumformung, Äquivalenzumformung, Äquivalenzumformung

