5.3 Einfache Gleichungen und deren Lösungsmenge sowie Sachaufgaben

→ Gleichungen durch Probieren lösen (anfangs mit besonderem Augenmerk auf den Zusammenhang zw. G und L), Sachaufgaben

WIEDERHOLUNG

Term: Eine sinnvolle Verknüpfung von Zahlen, Rechenzeichen und Variablen.

Gleichung: Zwei Terme, die durch ein „="-Zeichen verbunden sind.
Beispiel: $2 \cdot x + 1 = 7$

Ziel: Wir wollen diejenige Zahl finden, die man für den Platzhalter oder die Variable einsetzen muss, damit eine wahre Aussage entsteht.

Im obigen Beispiel $2 \cdot \mathbf{x} + 1 = 7$ ist es die Zahl 3, denn

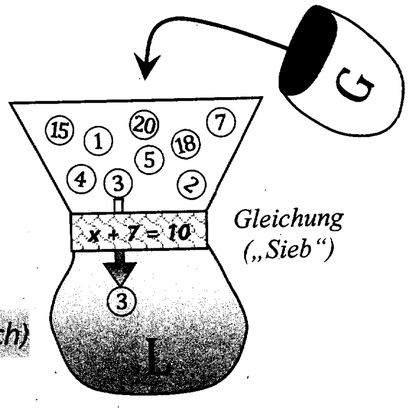
$\underbrace{2 \cdot 3 + 1}_{=7} = 7$ ✓

Alle Zahlen („Elemente") aus der Grundmenge G, die das schaffen, bilden die Lösungsmenge L. Für das obige Beispiel gilt also: **L = { 3 }**.

(Meistens besteht die Lösungsmenge einer Gleichung – zumindest in der 6. Klasse – aus nur einer einzigen Zahl.)

❶ Es muss nicht immer gleich die Variable x sein ... Wir können zum Einstieg auch mit lustigen Platzhaltern beginnen!
Gib die Lösungsmenge der folgenden Gleichungen durch Probieren („scharfes Hinsehen") an. Beachte dabei stets die angegebene Grundmenge!

(Ist eine Zahl nicht in der Grundmenge enthalten, kann sie die Gleichung auch nicht lösen (sie steht ja gar nicht zur Verfügung!). Vgl. Trichter-/Siebmodell: Was oben nicht drin ist, kann nicht nach unten durchrutschen.)



a) $G = \mathbb{N}$ ❀ + 7 = 10 L = {3}

b) $G = \mathbb{Z}$ 20 – ❄ = 12 L = {8}

c) $G = \mathbb{Q}$ $4 \cdot 3$ + □ = 13 L= {1}

d) $G = \mathbb{N}_0$ 6,5 + ☼ = 8 L = ∅ (auch { } möglich)

e) $G = \mathbb{Z}$ 10^2 = ◎ + 100 L = {0}

f) $G = \mathbb{N}$ $2{,}5 \cdot 2$ = ❖ + 5 L = ∅ ($0 \notin \mathbb{N}$!)

g) G = {1; 3; 5; 7; 9; ...} 17 – ♦ = $3 \cdot 5$ L = ∅

h) G = V_2 (Vielfachenmenge von 2) 72 : 9 = 6 + ❅ L = {2}

i) G = {11; 22; 33; 44; ...} $11 \cdot 8$ = 110 – ⚐ L = {22}

Lösungen: 3 • {0} • {1} • {5} • { } {8} • {55} • ∅ • ∅

❷ Für welche Belegung der Variablen entsteht eine wahre Aussage? Bei allen Teilaufgaben gilt: G = $\mathbb{Q}$. Das heißt, dass auch ein Bruch, eine Dezimalzahl oder eine negative Zahl die richtige Lösung sein kann!

Beispiele:

- $5 - x = 1{,}7$ $\quad L = \{3{,}3\}$
- $m + 3{,}55 = 11{,}4$ $\quad L = \{7{,}85\}$
- $y + \frac{2}{3} = 1$ $\quad L = \{\frac{1}{3}\}$
- $x - 2{,}5 = -5{,}5$ $\quad L = \{-3\}$

a) $5{,}5 + x = 7$	$L = \{1{,}5\}$	b) $\frac{1}{3} + y = 1$	$L = \{\frac{2}{3}\}$
c) $9 - x = -15$	$L = \{24\}$	d) $3 + x = -3$	$L = \{-6\}$
e) $d + \frac{1}{3} = 2$	$L = \{1\frac{2}{3}\}$	f) $2 \cdot 3 - z = 4{,}4$	$L = \{1{,}6\}$
g) $9{,}8 - 3{,}3 = x$	$L = \{6{,}5\}$	h) $-6{,}5 - k = -6{,}5$	$L = \{0\}$
i) $\frac{2}{7} - x = -\frac{1}{7}$	$L = \{\frac{3}{7}\}$	j) $\frac{1}{5} \cdot x = 1$	$L = \{5\}$
k) $x - 13 = -20$	$L = \{-7\}$	l) $22 + x = 21$	$L = \{-1\}$
m) $x - 15 = -7$	$L = \{8\}$	n) $x + 66 = 55$	$L = \{-11\}$
o) $x : 3 = -21$	$L = \{-63\}$	p) $22 \cdot x = -88$	$L = \{-4\}$
q) $x \cdot (-1{,}2) = 6$	$L = \{-5\}$	r) $x : (-2) = 1{,}5$	$L = \{-3\}$

Lösungen: (ohne geschweifte Klammern)
-1 • -3 • -4 • -5 • -6 • -7 • -11 • -63
24 • 8 • $6{,}5$ • 5 • $1\frac{2}{3}$ • $1{,}6$ • $1{,}5$ • $\frac{2}{3}$ • $\frac{3}{7}$ • 0

❸ <u>Vereinfache zuerst</u> und gib dann die Lösungsmenge an.
Bei allen Teilaufgaben gilt: G = $\mathbb{Q}$.

Beispiel:

$12 \cdot 2 - 10 = 0{,}5 + 121 : 11 + x$
$\Leftrightarrow 24 - 10 = 0{,}5 + 11 + x$
$\Leftrightarrow 14 = 11{,}5 + x$
$\Leftrightarrow x = 2{,}5$
$L = \{2{,}5\}$

a) $10 + x = 60 : 4 + 2{,}5$
$\Leftrightarrow 10 + x = 15 + 2{,}5$
$\Leftrightarrow 10 + x = 17{,}5$
$\Leftrightarrow x = 7{,}5$
$L = \{7{,}5\}$

b) $39 : 3 - 19 = 2 \cdot x$
$\Leftrightarrow 13 - 19 = 2 \cdot x$
$\Leftrightarrow -6 = 2 \cdot x$
$\Leftrightarrow x = -3$
$L = \{-3\}$

c) $6 - 6 : 2 - 2 = x + 1$
$\Leftrightarrow 6 - 3 - 2 = x + 1$
$\Leftrightarrow 1 = x + 1$
$\Leftrightarrow x = 0$
$L = \{0\}$